1) Egy alkalommal az öt testvér mindegyike egymás után mondott egy-egy állítást az alább leírtak szerinti sorrendben.

1. testvér: Minden utánam szóló testvér igazat mond.
2. testvér: Egyik utánam szóló testvér sem mond igazat.
3. testvér: Valamelyik előttem szólt testvér igazat mondott.
4. testvér: Minden előttem szólt testvér igazat mondott.
5. testvér: Egyik előttem szólt testvér sem mondott igazat.

Az elhangzott állítások közül pontosan egy igaz. Melyik testvér mondott igazat? Miért?

Megoldás:

Az 1. testvér állítása nem lehet igaz, mert akkor több mint egy igaz állítás lenne. Hasonló okok miatt a 3. és a 4. sem mondhatott igazat. A 2. testvér mondata sem lehet igaz, mert akkor a harmadiké is az lenne. Így csak az 5. testvér állítása lehet igaz.

Összesen 4 pont

2) Egy metrónak 15 megállója van a két végállomással együtt. A végállomásról már 100 utassal indul a vonat. Az első megállóban leszállnak valahányan, és ennél 5-tel többen felszállnak. A második megállóban 1-gyel többen szállnak le, de 2-vel többen szállnak fel, mint az előzőben, s ezután is minden megállóban 1-gyel többen szállnak le, és 2-vel többen fel, mint az előző megállóban. Hány utassal áll meg a vonat a másik végállomáson?

Megoldás:

Az első megállóban az utasok száma 5-tel nő, mert 5-tel többen szállnak fel, mint ahányan leszállnak. A második megállónál 6-tal nő az utasok száma, tehát 1-gyel nő a felszállók száma az előző megállóhoz képest. Azaz: 1-gyel többen le, 2-vel többen fel, mint az előzőben. A harmadik megállónál már 7-tel nő az utasok száma, és így tovább…, a 14. megállónál már 17-tel. Tehát: 100+5+6+7+……+17= 243

A végállomáson 243 utassal állt meg a vonat.

Összesen 9 pont

3) Egy számsorozat első eleme 2, a második pedig 3. A második elemtől kezdve a sorozat bármely eleme két szomszédjának szorzatánál 1-gyel kisebb. Mennyi a sorozat első 2019 tagjának az összege?

Megoldás:

Folytassuk a számsorozat néhány tagjának meghatározását: 2, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 1, ….
látható, hogy a sorozat bármely eleme két szomszédjának szorzatánál 1-gyel kisebb szám,
így az egymás után következő tagok ötösével ismétlődnek,
hiszen újra megjelent a 2, 3, 2, 1, 1, egymás után, ugyanebben a sorrendben.
Egy ilyen ötös ismétlődő blokkban a számok összege (2 + 3 + 2 + 1 + 1 =) 9.
Az első 2019 elemet (2019 : 5 =) 403 teljes ilyen blokk alkotja és utánuk még négy elem, a 2 ,3, 2, 1.
Így a sorozat első 2019 elemének összege: 403 · 9 + 2 + 3 +2+1= 3635.

Összesen 7 pont

4) 8 dobozban piros és kék golyók találhatóak. Bármelyik dobozban mindkét színű golyó előfordulhat. A dobozban rendre 13, 4, 19, 12, 34, 25, 52, 56 golyó van. Elvettünk egy dobozt úgy, hogy a megmaradó hét dobozban összesen kétszer annyi piros golyó maradt, mint kék. Melyik dobozt vettük el?

Megoldás:

Az elvétel után a megmaradó golyók összegének oszthatónak kell lennie 3-mal.

Eredetileg a golyók összege: 13+4+19+12+34+25+52+56=215.

Mivel 215-nek a 3-as maradéka 2, így csak egy olyan dobozt vehetünk el, amelyben a golyók számának 3-as maradéka szintén 2, ez pedig egyedül az 56-os dobozra teljesül, tehát azt kell elvenni.

Összesen 4 pont

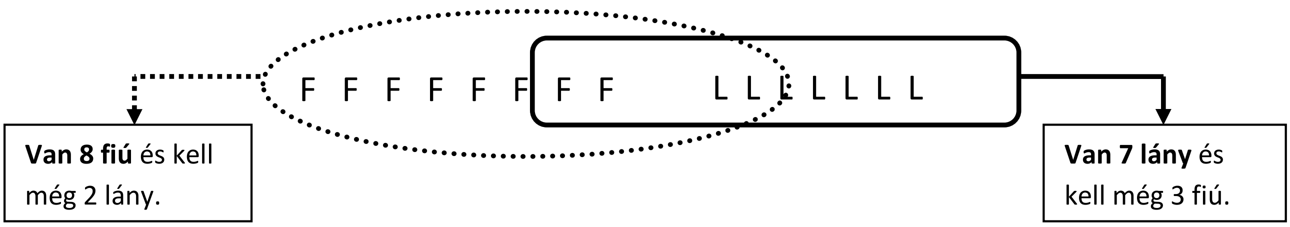
5) Egy iskolai matematikaversenyen bármely 10 benevező közül legalább 2 és legfeljebb 7 volt a lány. Hányan neveztek a versenyre?

Megoldás:

A feladat arról szól, hogy pontosan annyi versenyző volt, hogy ha közülük véletlenszerűen kiválasztunk 10 főt, akkor a kiválasztott csoportra teljesül a feltétel: „10 benevező közül legalább 2 és legfeljebb 7 volt a lány”. Így 7-nél több lány biztosan nem lehetett, mert akkor lehetne olyan 10 benevező is, akik között 7-nél több lány van.

Ha 8 fiú van a versenyre benevezők között, akkor igaz, hogy „bármely 10 benevező között van legalább 2 lány”. 8-nál több fiú esetén viszont ez már nem teljesül.

Tehát 7 lány és 8 fiú, vagyis összesen 15 versenyző nevezett.



Összesen 4 pont

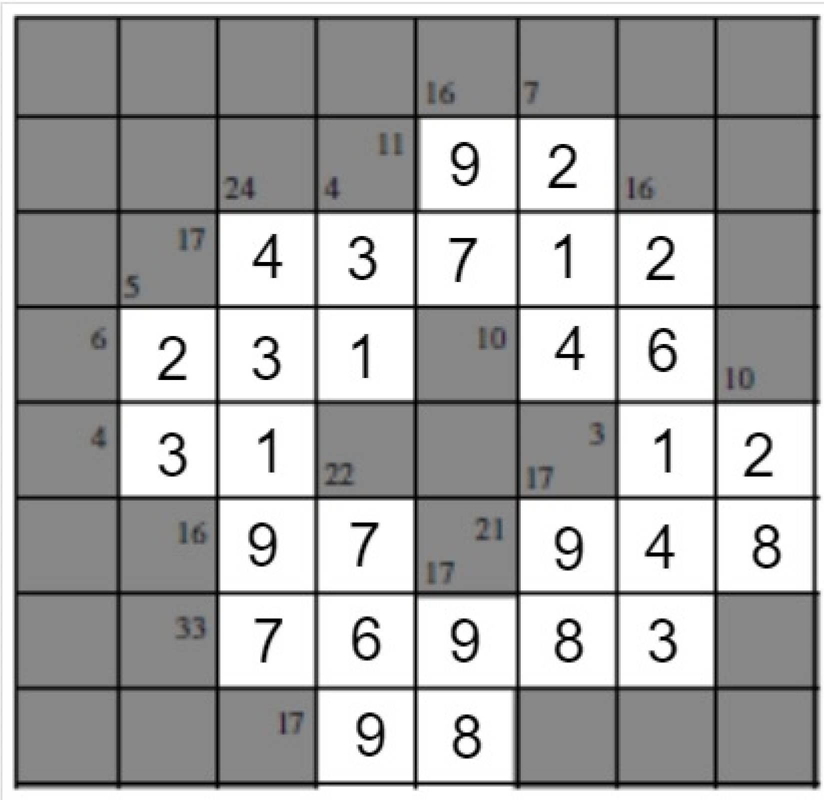
6) Zsófinak 6 db különböző gyűrűje van: ebből kettő kisebb, amelyek a kisujjára valók, a többi négy gyűrűt a mutató, középső és gyűrűsujjain hordja. Hányféleképpen veheti fel Zsófi a gyűrűit, ha mindkét kezére húzhatja és az összeset felveszi, de egy ujjra csak egy gyűrűt tehet?

Megoldás:

Hat ujj közül 15 féleképpen választható ki négy. Négy ujjon 24 féleképpen lehet a négy gyűrű. 15 x 24 = 360.
Így a kisujj gyűrűinek a cseréje miatt a lehetőségek száma: 2 x 360 = 720.

Összesen 9 pont

7) **Kakuro**
Az üres négyzetekbe úgy kell 1-től 9-ig számokat beírni, hogy a fekete négyzetekben lévő számok a tőlük jobbra, vagy lefelé található fehér négyzetekbe írt számok összegével legyenek egyenlők. Egy ilyen fehér sorban, vagy oszlopban mindegyik szám legfeljebb egyszer szerepelhet.



Összesen 8 pont